

Stabiele koppelingen

Gegeven is een groep mannen en vrouwen die elk op zoek zijn naar een huwelijkspartner. Elk van de vrouwen rangschikt de mannen op voorkeur en elke man rangschikt alle vrouwen op voorkeur. Een koppeling van mannen aan vrouwen heet *instabiel* als er een man en vrouw zijn die niet aan elkaar zijn gekoppeld, maar die elkaar prefereren boven hun huidige partner (of zelfs geen partner hebben). Een koppeling die niet instabiel is heet *stabiel*.

Gale en Shapley bewezen in 1962 dat er altijd een stabiele koppeling bestaat en gaven tevens een (grappig) algoritme om zo'n koppeling te vinden. Hoewel het oorspronkelijke artikel wat recreatief van aard was, heeft het tot serieuze toepassingen geleid, zowel in praktijk (bijvoorbeeld het toewijzen van kandidaten aan stageplaatsen) als in theory (bijvoorbeeld het bewijs van het Dinitz vermoeden).

In dit project wordt de structuur van stabiele koppelingen bestudeerd. Het algoritme van Gale en Shapley geeft slechts één mogelijke stabiele koppeling (die optimaal is voor de mannen, maar juist slecht voor de vrouwen). Met behulp van de theory van lineaire programmering kunnen we grip krijgen op de verzameling van alle stabiele koppelingen tegelijk. Zo kunnen we stabiele koppelingen vinden die bijvoorbeeld de totale tevredenheid van de mannen en vrouwen maximaliseert.

Een interessante invulling van het project is om het zogeheten *stabiele-koppelings-polytoop* te bestuderen en uit te zoeken hoe hieruit een algoritme voor het vinden van optimale stabiele koppelingen kan worden gemaakt. Een andere mogelijkheid is het bestuderen van belangrijke variaties, zoals het *stable roommate problem* waar de tweedelingsgraaf wordt vervangen door een algemene graaf of naar generalisaties waarbij mensen meervoudig gekoppeld worden.

Als voorkennis wordt het vak *Besliskunde 1* verondersteld. Verder is het nuttig om tegelijkertijd *Besliskunde 3* te volgen.

Begeleider: Dion Gijswijt