

Lineaire algebra 2: huiswerkset 1 (Chapter 1–3)

Deadline: 28 september 2016, 0:01 uur

(inleveren per email naar la2huiswerk@gmail.com)

(H1.1) Laat zien dat de (2×2) -matrix

$$\begin{pmatrix} 2 & a \\ a & 1 \end{pmatrix}$$

diagonaliseerbaar is over de reële getallen \mathbf{R} voor alle $a \in \mathbf{R}$. Kun je hetzelfde laten zien als we \mathbf{R} (twee keer) vervangen door de complexe getallen \mathbf{C} ?

(H1.2) Bepaal voor elk van de volgende matrices A of er een basis van eigenvectoren bestaat in \mathbf{R}^3 .

Zo ja, geef zo'n basis en schrijf $A = QDQ^{-1}$ voor $Q, D \in \text{Mat}(3, \mathbf{R})$ met D diagonaal en Q inverteerbaar.

Zo nee, geef een bewijs dat zo'n basis niet bestaat.

$$(i) \quad A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 2 \\ -4 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (ii) \quad A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ -2 & 0 & -1 \\ -4 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

(H1.3) Bepaal het karakteristiek polynoom van de matrix

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ -1 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

en bereken A^{100} . Hint: gebruik Cayley-Hamilton.

(H1.4) Zij V de vierdimensionale vectorruimte van polynomen over \mathbf{R} van graad ten hoogste 3. Zij $T : V \rightarrow V$ de lineaire afbeelding die elk polynoom $p(x)$ stuurt naar $p(x) + p''(x)$, waarbij $p''(x)$ de tweede afgeleide is.

(i) Bepaal het karakteristiek polynoom en het minimumpolynoom van T .

(ii) Is T diagonaliseerbaar?