

Eerste huiswerkopdracht Lineaire algebra 1

September 15, 2010

Dit huiswerkexamen moet maandag 27 september, uitgewerkt in L^AT_EX, worden ingeleverd aan het begin van het college. Vergeet niet je naam en studentnummer op het materiaal te zetten dat je inlevert. Overleggen mag, maar je moet het zelf opschrijven. Kopiëren mag dus niet.

- **Opgave 1:**

Gegeven vectoren a en b in \mathbb{R}^3 . Het *uitproduct* van vector a en b met $a = (a_1, a_2, a_3)$ en $b = (b_1, b_2, b_3)$ is de vector

$$a \times b = (a_2b_3 - a_3b_2, a_3b_1 - a_1b_3, a_1b_2 - a_2b_1) \quad (1)$$

- Laat zien dat $a \times b$ loodrecht op a en b staat.
- Laat zien dat $\|a \times b\|^2 = \|a\|^2\|b\|^2 - (a \cdot b)^2$
- Laat zien dat $\|a \times b\| = \|a\|\|b\|\sin(\theta)$, met θ de hoek tussen a en b .
- Laat zien dat het oppervlak van het parallellogram opgespannen door de vectoren a en b gelijk is aan $\|a \times b\|$.

- **Opgave 2:**

Waar of niet waar? Geef een kort bewijs of een tegenvoorbeeld.

- Gegeven twee vectoren $v, w \in \mathbb{R}^n$. Als er geldt $\langle v, w \rangle = 0$, dan geldt ook $v = 0$ of $w = 0$.
- Gegeven twee vectoren $v, w \in \mathbb{R}^n$. Dan geldt $\|v + w\| = \|v - w\|$ dan en slechts dan als v en w loodrecht op elkaar staan.
- Voor elke twee vectoren v, w in \mathbb{R}^n geldt $\|v - w\| \leq \|v\| + \|w\|$.

• **Opgave 3:**

Gegeven drie punten $P_1 = (1, 1, 3)$, $P_2 = (2, 2, 4)$ en $P_3 = (3, 1, 2)$ in \mathbb{R}^3 .

- a) Bepaal een vergelijking voor het vlak V_1 door de punten P_1 , P_2 en P_3 .

Een tweede vlak V_2 gaat door het punt $Q = (0, 2, 1)$ en wordt gekarakteriseerd door een normaalvector $n = (1, 0, 1)$.

- b) Bepaal een vergelijking voor vlak V_2 .
c) Bepaal de afstand van het punt P_1 tot het vlak V_2 .
d) Bepaal de hoek tussen de vlakken V_1 en V_2 (dat is de hoek tussen de normaalvectoren).
e) Bepaal met behulp van het uitproduct de richtingsvector van de snijlijn van de vlakken V_1 en V_2 . Geef nu een parameterrepresentatie van de snijlijn van de vlakken V_1 en V_2 .

• **Opgave 4:**

Gegeven zijn de vectoren

$$v_1 = (1, 0, -1, 3),$$

$$v_2 = (2, 1, 0, 2),$$

$$v_3 = (1, 1, 1, 1),$$

$$v_4 = (0, -3, 1, 2),$$

$$v_5 = (1, -1, 0, 1).$$

Zij $V \subset \mathbb{R}^4$ geparametriseerd met parameters s en t door $x = sv_1 + tv_2$ en zij $W \subset \mathbb{R}^4$ geparametriseerd met parameters r, s, t door $x = rv_3 + sv_4 + tv_5$. Parametriseer de doorsnede $V \cap W$.