

### Tentamensommen over Hoofdstuk 3

1. Op tijdstippen  $t = 0, 1, 2, 3$  zijn metingen gedaan van de grootheid  $\eta$ . De resultaten zijn weergegeven in onderstaande tabel.

$i$	$t_i$	$\eta_i$
1	0	6
2	1	9
3	2	7
4	3	11

We definiëren de interpolerende polynomen  $P_{123}$  en  $P_{234}$  van orde 3 door

$$P_{123}(t_i) = \eta_i \quad (i = 1, 2, 3), \quad P_{234}(t_i) = \eta_i \quad (i = 2, 3, 4),$$

en het polynoom  $P_{1234}$  van orde 4 door

$$P_{1234}(t_i) = \eta_i \quad (i = 1, 2, 3, 4).$$

Er geldt  $P_{234}(t) = 9 - 2(t - 1) + 3(t - 1)(t - 2)$ .

- (a) Bepaal de polynomen  $P_{123}$  en  $P_{1234}$  met behulp van de interpolatieformule van Newton met gedeelde differenties.
- (b) Neem aan dat  $\eta_i = f(t_i)$  ( $i = 1, 2, 3, 4$ ) voor zekere oneindig vaak differentieerbare functie  $f$  op  $[0, 3]$  met  $-32/k \leq f^{(k)}(t) \leq 48/k$  voor  $k \geq 1, 0 \leq t \leq 3$ . Laat zien dat

$$-15/32 \leq f(\frac{5}{2}) - P_{1234}(\frac{5}{2}) \leq 15/48.$$

2. Gegeven is een functie  $f : [0, 3] \rightarrow \mathbb{R}$  met  $f(0) = 0, f(1) = 1, f(2) = 3, f(3) = 6$ . Zij  $P$  het interpolerende polynoom van orde 4, dat bepaald wordt door de gegeven functiewaarden.

- (a) Bereken  $P(\frac{3}{2})$  met de methode van Neville.

De functie  $f$  is willekeurig vaak differentieerbaar op  $[0, 3]$ , en voor iedere  $t \in [0, 3]$  geldt:

$$0 \leq f^{(k)}(t) \leq 4 \quad (k = 1, 2, 3, \dots).$$

- (b) Geef een zo nauwkeurig mogelijke insluiting van  $f(\frac{3}{2})$ .

3. Gegeven is een functie  $f : [0, 3] \in \mathbb{R}$  met  $f(0) = 0, f(1) = 1, f(2) = 3, f(3) = 2$ . Zij  $P$  het interpolerende polynoom van orde 4, dat bepaald wordt door de gegeven functiewaarden.

- (a) Bereken  $P(\frac{5}{2})$  met de methode van Neville.

De functie  $f$  is willekeurig vaak differentieerbaar op  $[0, 3]$ , en voor iedere  $t \in [0, 3]$  geldt:

$$\frac{-21}{2k-1} \leq f^{(k)}(t) \leq \frac{15}{2k-1} \quad (k = 1, 2, 3, \dots).$$

- (b) Geef een zo nauwkeurig mogelijke insluiting van  $f(\frac{5}{2})$ .