

## Tafelreservering in een visrestaurant: hoe groot is de kans dat je bot vangt?

Je wilt eten gaan en belt een favoriet visrestaurant op om een tafeltje voor 8 uur te reserveren. Helaas zijn alle tafeltjes voor dat tijdstip bezet. De manager suggereert dat klanten nog wel eens snel klaar zijn en dat er een redelijke kans is dat om 9 uur wel een tafeltje beschikbaar is. Neem je die gok of ga je om 8 uur naar je op-één-na meest favoriete restaurant?

Het aantal klanten in een restaurant is typisch een wachtrijmodel met een bijzonder aankomstproces: klanten die een reservering hebben gemaakt, en klanten die op de bonnefooi aankomen. Klanten worden afgewezen als alle tafeltjes bezet zijn. Andere voorbeelden van analoge zijn: het maken van MRI scans in een ziekenhuis, attracties met een Fastpass in Disneyland.

Feitelijk is het een wachtrijstelsel met  $s$  bedienden (de tafeltjes), waarbij aankomende klanten die de bedienden bezet vinden verloren gaan. Het aankomstproces bestaat uit twee onafhankelijke aankomststromen, nl. de klanten die direct aankomen en de klanten die een reservering plaatsen.

Zelfs als een klant alleen het restaurant in kan via een reservering (bijv. een bekend Italiaans restaurant in Leiden), is het een lastig exact te analyseren model, waar betrekkelijk weinig literatuur over is. In de literatuur [1] heeft het de naam ‘Erlang verliesmodel met reservering’. Interessante vragen zijn: hoe groot is de kans op blokkering? Hoe verhoudt deze kans zich tot de situatie dat reservering niet is toegestaan en klanten alleen op de bonnefooi mogen proberen? M.a.w. hoe verhouden de blokkeringskansen van een Erlang verliesmodel met reservering zich tot de blokkeringskansen in een Erlang verliesmodel? Hoe groot is de bezettingsgraad van de tafeltjes?

De blokkeringskansen in het Erlang verliesmodel en het Erlang verliesmodel met reservering zijn even groot als alle klanten precies evenlang voor het gewenste tijdstip reserveren. Ze zijn groter in het model met reservering, wanneer alle klanten evenlang in het restaurant verblijven (zie [1]). Kun je de blokkeringskansen verlagen door klanten een gratis drankje aan te bieden totdat hun tafeltje ter beschikking komt, of is die investering de kosten niet waard?

**Project** Het project kan de volgende onderdelen omvatten:

1. Bestuderen van artikel [1] over het Erlang verliesmodel met reservering. Het bewijs in [1] dat de blokkeringskans groter is dan bij het Erlang verliesmodel in het geval van deterministische verblijfsduren lijkt vereenvoudigd te kunnen worden door middel van een ‘sample-path’ argument. Het doel is om te bestuderen of dat inderdaad kan.
2. We breiden het model met alleen reserverende klanten als volgt uit: er mag een maximale tijdsduur  $T$  zitten tussen het gereserveerde tijdstip van een tafeltje en het ‘opleveren’ van het tafeltje. Verwacht wordt dat deze optie de blokkeringskans verkleint, omdat de manager nu wat meer flexibiliteit heeft. Klopt dat en zo ja, kun je iets zeggen over het effect?
3. Dezelfde vragen maar nu voor het oorspronkelijke model met twee typen aankomststromen. Dit model heeft voor zover bekend geen naam!
4. Wat is de bezettingsgraad van de tafeltjes in beide modellen? Zou het voor het restaurant ‘beter’ zijn om slechts een vaste fractie van de tafeltjes beschikbaar te houden voor reservering?

## Referenties

- [1] M. van de Vrugt, N. Litvak, N., R.J. Boucherie, (2012) Blocking probabilities in Erlang loss queues with advance reservation. Technical report.