

COLLEGE COMBINATORIEK

Combinatoriek is de studie van structuren. De meeste combinatorische problemen hebben de volgende vorm: Er zijn een aantal objecten. Er wordt geëist dat ze volgens zekere regels geordend worden. De eerste vraag is of dit mogelijk is en, zo ja, hoe. De tweede vraag is op hoeveel manieren het mogelijk is. Er is dus een kwalitatief en een kwantitatief aspect.

Sommige combinatorische problemen zijn zeer oud, maar pas de laatste vijftig jaar heeft het vak zich uit de hoek van de recreatie losgemaakt en tot een zelfstandig deel der wiskunde ontwikkeld. Combinatorische problemen komen voor in de kansrekening en statistiek, getaltheorie, algebra en meetkunde, maar ook in de informatica, natuurkunde, scheikunde, biologie, economie en sociologie. Het vakgebied is nauw verwant met de grafentheorie en wordt samen met grafentheorie wel aangeduid met discrete wiskunde.

De stof van het tweedejaarscollege Discrete Wiskunde wordt bekend verondersteld. De onderwerpen zijn zo gekozen dat de overlap met het college Grafentheorie minimaal is. Er zijn banden met de eindige meetkunden uit het college Projectieve Meetkunde en de hoofdstukken over blokdiagrammen hebben toepassingen in het college Coderingstheorie. Het is mogelijk dit college in combinatie met een of meer van de andere genoemde colleges te volgen, maar het is niet noodzakelijk. Bij het college hoort een werkcollege.

Ter orientatie geef ik enkele problemen die ter sprake zullen komen.

1. Beschouw alle rijtjes van n nullen, enen en tweeën zó dat geen drie nullen achter elkaar staan. Hoeveel rijtjes zijn er?
2. Men verbindt elk tweetal van 2^n gegeven punten met een rode of een blauwe boog. Is een kleuring mogelijk zodat geen enkel n -tal punten monochromatisch (d.w.z. met één kleur) onderling verbonden is?

3. Officierenprobleem van Euler (1782). (Iets gegeneraliseerd)

Er zijn n^2 soldaten, n rangen en n regimenten zódat elke rang van elk regiment vertegenwoordigd is. Plaats de soldaten in een $n \times n$ -formatie zó dat in elke rij en in elke kolom elke rang en elk regiment vertegenwoordigd is. De vraag is voor welke waarden van n dit te realiseren is. (Euler beschouwde $n=6$)

4. Het schoolmeisjesprobleem van Kirkman (1850). Elke dag lopen vijftien meisjes in rijtjes van drie. Is het mogelijk het zo te regelen dat elk paar meisjes precies éénmaal per week samen in één rij lopen?

Literatuur:

- I. Anderson, A first course in combinatorial mathematics, Clarendon Press, Oxford, 1974.
Goedkoop, eenvoudig. Recurrenties, blokdiagrammen.
- M. Hall, Combinatorial theory, Blaisdell, Waltham, 1967.
Goed. Bondig over recurrenties en Ramsey.
- R. Merris, Combinatorics, PWS Publ. Co, Boston, 1995
Nadruk op andere combinatoriek-onderwerpen.
- R.L. Graham, R.L. Rothschild, J.H. Spencer,
- Ramsey Theory, Wiley, New York.
Handboek over Ramsey Theorie.