

Opgaven W12

1. Los het volgende probleem op met behulp van Branch-and-Bound:

$$\begin{aligned} \max \quad & x_1 + 5x_2 \\ \text{subject to} \quad & -4x_1 + 3x_2 \leq 6 \\ & 3x_1 + 2x_2 \leq 18 \\ & x_1, x_2 \geq 0, \text{ geheeltallig} \end{aligned}$$

Gebruik de volgende zoekstrategie:

- depth-first,
- \leq -tak eerst,
- fractie dichtstbij $\frac{1}{2}$.

Teken het toegelaten gebied en de toegevoegde voorwaarden grafisch. Om rekenwerk te besparen zijn hieronder een aantal LP-oplossingen weergegeven:

LP-oplossing oorspronkelijke LP-relaxatie (LP_0):

$$(x_1, x_2)^T = (2, 47\dots, 5, 29\dots)^T, z_{LP_0} = 28, 9\dots$$

LP_0 plus voorwaarde $x_1 \leq 2$:

$$(x_1, x_2)^T = (2, 4, 67\dots)^T, z_{LP} = 25, 3\dots$$

LP_0 plus voorwaarde $x_1 \geq 3$:

$$(x_1, x_2)^T = (3, 4, 5)^T, z_{LP} = 25, 5$$

LP_0 plus voorwaarden $x_1 \leq 2$ en $x_2 \leq 4$:

$$(x_1, x_2)^T = (2, 4)^T, z_{LP} = 22$$

LP_0 plus voorwaarden $x_1 \geq 3$ en $x_2 \leq 4$:

$$(x_1, x_2)^T = (3, 33\dots, 4)^T, z_{LP} = 23, 33\dots$$

LP_0 plus voorwaarden $x_1 \geq 3$ en $x_2 \leq 4$ en $x_1 \leq 3$:

$$(x_1, x_2)^T = (3, 4)^T, z_{LP} = 23$$

2. Los het volgende probleem op met behulp van Branch-and-Bound:

$$\begin{aligned} \min \quad & 2x_1 - 3x_2 - 4x_3 \\ \text{subject to} \quad & -x_1 + x_2 + 3x_3 \leq 8 \quad (1) \\ & 3x_1 + 2x_2 - x_3 \leq 10 \quad (2) \\ & x_1, x_2, x_3 \geq 0, \text{ geheeltallig} \end{aligned}$$

Het optimale tableau van de LP-relaxatie is als volgt (s_1, s_2 zijn de slackvariabelen behorend bij voorwaarden (1) en (2)):

basis	\bar{b}	x_1	x_2	x_3	s_1	s_2
$-z$	$\frac{138}{7}$	$\frac{18}{7}$	0	0	$\frac{11}{7}$	$\frac{5}{7}$
x_3	$\frac{6}{7}$	$-\frac{5}{7}$	0	1	$\frac{2}{7}$	$-\frac{1}{7}$
x_2	$\frac{38}{7}$	$\frac{8}{7}$	1	0	$\frac{1}{7}$	$\frac{3}{7}$

Gebruik volgende zoekstrategie:

- depth-first,
- \geq -tak eerst,
- fractie dichtstbij $\frac{1}{2}$.

Gebruik duale simplex om deelproblemen op te lossen. Om rekenwerk te besparen: het probleem LP_0 plus voorwaarde $x_2 \geq 6$ is niet-toelaatbaar.