

G -bundels (begeleider: R. de Jong)

In deze wereld kennen we (volgens alle gangbare theorieën) slechts fermionen en bosonen: deeltjes met heeltallige, en deeltjes met halftallige spin. Wiskundig gezegd: er is een 2 : 1-overdekking $SU(2) \rightarrow SO(3)$, en $SU(2)$ is enkelvoudig samenhangend!

De bovenstaande (welbekende) overdekking is een zogenaamde $(\mathbb{Z}/2\mathbb{Z})$ -bundel. Het begrip G -bundel, met G een willekeurige groep, speelt een centrale rol in de wiskunde en in de natuurkunde. Los gezegd is een G -bundel een afbeelding $Y \rightarrow X$ waarbij op elke vezel een vrije transitieve werking van G is voorgeschreven. Men kan in verschillende categorieën werken: topologisch, differentieerbaar, complex analytisch, ... Ook kan men ervoor kiezen om de groep G al dan niet van een extra structuur te voorzien.

Doel van dit project is om de wiskundige manieren te onderzoeken om G -bundels over een gegeven (redelijke) ruimte X te construeren en te classificeren (relatie met $\pi_1(X)$, 1-cocykels, Čech-cohomologie, ...), en hiervan een paar toepassingen te zien. Verder kunnen expliciete voorbeelden met een bepaalde natuurkundige betekenis worden uitgewerkt, bijvoorbeeld de universele overdekking $SU(2) \rightarrow SO(3)$ of ook de (vanuit homotopie-oogpunt hiermee equivalente) overdekking $SL_2(\mathbb{C}) \rightarrow SO^+(1, 3)$ (Lorentz-groep, spinoren).

Voorkennis: Algebra 1, Topologie. Het gevolgd hebben van de colleges Introduction to Manifolds en/of Algebraic Topology is nuttig maar niet noodzakelijk.

Literatuursuggestie

W. Fulton, *Algebraic topology*. Graduate Texts in Mathematics 153. Springer Verlag 1995.